Probabilités et espèrance de gains des différentes formules de jeu

Les calculs sont basés sur le lotofoot 7. Les gains moyens à 6 bons résultats sont estimés à 20 € et ceux à 7 à 250 €.
Un site donne des rapports moyens beaucoup plus élevés (55 € pour le 6 et 1037 € pour le 7). On pourra les utiliser pour estimer une espèrance de gains plus confortante mais beucoup moins modeste...
On estime l'espèrance de gains en jouant sur l'ensemble des événements de l'année soit à peu près 90 événements.

- ✔ **Cas des grilles simples**

  - ✗ **Solution sans double ni triple**

Coût	***1€***
Pertes sur les 90 événements	$1\times 90=90€$
Probabilité de gain à 7	$\frac{1}{3^7}=\frac{1}{2187}$
Probabilité de gain à 6	$\frac{14}{3^7}=\frac{14}{2187}$
Espérance de gain sur les 90 événements	$90\times(\frac{1}{2187}\times 250+\frac{14}{2187}\times 20)=21{,}81$
Rapport Espérance/Pertes	0,242

  - ✗ **Solution à 1 double 0 triple**

Coût	***2€***
Pertes sur les 90 événements	$2\times 90=180€$
Probabilité de gain à 7	$\frac{2}{3^7}=\frac{2}{2187}$
Probabilité de gain à 6	$\frac{12}{3^7}=\frac{12}{2187}$ au cas où le match faux est sur un match à un résultat $\frac{1}{3^7}=\frac{1}{2187}$ dans le cas du match à double faux
Espérance de gain sur les 90 événements	$90\times(\frac{2}{2187}\times 250+\frac{1}{2187}\times 20\times 1+\frac{12}{2187}\times 20+\frac{2\times 20\times 1}{2187})=30{,}05$
Rapport Espérance/Pertes	0,167

- **Solution à 0 double 1 triple**

Coût	***3€***
Pertes sur les 90 événements	$3\times90=270\,€$
Probabilité de gain à 7	$\frac{3}{3^7}=\frac{1}{729}$
Probabilité de gain à 6	$\frac{12}{3^6}=\frac{12}{729}$
Espérance de gain sur les 90 événements	$90\times(\frac{1}{729}\times250+\frac{1}{729}\times20\times2+\frac{12}{729}\times20)=65{,}43$
Rapport Espérance/Pertes	0,242

- **Solution à 1 doubles 1 triple**

Coût	***6€***
Pertes sur les 90 événements	$6\times90=540\,€$
Probabilité de gain à 7	$\frac{3\times2}{3^7}=\frac{2}{729}$
Probabilité de gain à 6	$\frac{10}{3^6}=\frac{10}{729}$ au cas où le match faux est sur un match à un résultat $\frac{1}{3^6}=\frac{1}{729}$ dans le cas du match à double faux
Espérance de gain sur les 90 événements	$90\times(\frac{2}{729}\times250+\frac{2}{729}\times20\times3+\frac{10}{729}\times20+\frac{2\times20\times1}{729})=106{,}17$
Rapport Espérance/Pertes	0,197

- **Solution à 0 doubles 2 triples**

Coût	***9€***
Pertes sur les 90 événements	$9\times90=810\,€$
Probabilité de gain à 7	$\frac{3^2}{3^7}=\frac{1}{243}$
Probabilité de gain à 6	$\frac{10}{3^5}=\frac{10}{243}$
Espérance de gain sur les 90 événements	$90\times(\frac{1}{243}\times250+\frac{1}{243}\times20\times4+\frac{10}{243}\times20)=196{,}30$
Rapport Espérance/Pertes	0,242

- **Solution à 1 doubles 2 triples**

Coût	***18€***
Pertes sur les 90 événements	$18\times90=1620€$
Probabilité de gain à 7	$\frac{3\times3\times2}{3^7}=\frac{2}{243}$
Probabilité de gain à 6	$\frac{8}{3^5}=\frac{8}{243}$ au cas où le match faux est sur un match à un résultat $\frac{1}{3^5}=\frac{1}{243}$ dans le cas du match à double faux
Espérance de gain sur les 90 événements	$90\times(\frac{2}{243}\times250+\frac{2}{243}\times20\times5+\frac{8}{243}\times20+\frac{2\times20\times1}{243})=333€$
Rapport Espérance/Pertes	0,206

- **Solution à 0 doubles 3 triples**

Coût	***27€***
Pertes sur les 90 événements	$27\times90=2430€$
Probabilité de gain à 7	$\frac{3^3}{3^7}=\frac{1}{81}$
Probabilité de gain à 6	$\frac{8}{3^4}=\frac{8}{81}$
Espérance de gain sur les 90 événements	$90\times(\frac{1}{81}\times250+\frac{1}{81}\times20\times6+\frac{8}{81}\times20)=588{,}89$
Rapport Espérance/Pertes	0,242

- **Solution à 1 doubles 3 triples**

Coût	***54€***
Pertes sur les 90 événements	$54\times90=4860€$
Probabilité de gain à 7	$\frac{3\times3\times3\times2}{3^7}=\frac{2}{81}$
Probabilité de gain à 6	$\frac{6}{3^4}=\frac{6}{81}$ au cas où le match faux est sur un match à un résultat $\frac{1}{3^4}=\frac{1}{81}$ dans le cas du match à double faux
Espérance de gain sur les 90 événements	$90\times(\frac{2}{81}\times250+\frac{2}{81}\times20\times7+\frac{6}{81}\times20+\frac{2\times20\times1}{81})=1044€$
Rapport Espérance/Pertes	0,214

- **Solution à 0 doubles 4 triples**

Coût	***81€***
Pertes sur les 90 événements	$81\times 90=7290\,€$
Probabilité de gain à 7	$\frac{3^4}{3^7}=\frac{1}{27}$
Probabilité de gain à 6	$\frac{6}{3^3}=\frac{6}{27}$
Espérance de gain sur les 90 événements	$90\times(\frac{1}{27}\times 250+\frac{1}{27}\times 20\times 8+\frac{6}{27}\times 20)=1633\,€$
Rapport Espérance/Pertes	0,224

- **Solution à 1 doubles 4 triples**

Coût	***162€***
Pertes sur les 90 événements	$162\times 90=14580\,€$
Probabilité de gain à 7	$\frac{3\times 3\times 3\times 3\times 2}{3^7}=\frac{2}{27}$
Probabilité de gain à 6	$\frac{4}{3^3}=\frac{4}{27}$ au cas où le match faux est sur un match à un résultat $\frac{1}{3^3}=\frac{1}{27}$ dans le cas du match à double faux
Espérance de gain sur les 90 événements	$90\times(\frac{2}{27}\times 250+\frac{2}{27}\times 20\times 9+\frac{4}{27}\times 20+\frac{2\times 20\times 1}{27})=3266\,€$
Rapport Espérance/Pertes	0,224

- **Solution à 0 doubles 5 triples**

Coût	***243€***
Pertes sur les 90 événements	$243\times 90=21870\,€$
Probabilité de gain à 7	$\frac{3^5}{3^7}=\frac{1}{9}$
Probabilité de gain à 6	$\frac{4}{3^2}=\frac{4}{9}$
Espérance de gain sur les 90 événements	$90\times(\frac{1}{9}\times 250+\frac{1}{9}\times 20\times 10+\frac{4}{9}\times 20)=5300\,€$
Rapport Espérance/Pertes	0,242

- **Solution à 1 doubles 5 triples**

Coût	***486€***
Pertes sur les 90 événements	$243\times 90=21870€$
Probabilité de gain à 7	$\frac{3^5\times 2}{3^7}=\frac{2}{9}$
Probabilité de gain à 6	$\frac{2}{3^2}=\frac{2}{9}$ au cas où le match faux est sur un match à un résultat $\frac{1}{3^2}=\frac{1}{9}$ dans le cas du match à double faux
Espérance de gain sur les 90 événements	$90\times(\frac{2}{9}\times 250+\frac{2}{9}\times 20\times 11+\frac{2}{9}\times 20+\frac{2\times 20\times 1}{9})=10600€$
Rapport Espérance/Pertes	0,242

- **Solution à 0 doubles 6 triples**

Coût	***729€***
Pertes sur les 90 événements	$729\times 90=65610€$
Probabilité de gain à 7	$\frac{3^6}{3^7}=\frac{1}{3}$
Probabilité de gain à 6	1
Espérance de gain sur les 90 événements	$90\times(\frac{1}{3}\times 250+\frac{1}{3}\times 20\times 12+1\times 20)=16500€$
Rapport Espérance/Pertes	0,251

- **Solution à 1 double 6 triples**

Coût	***1458€***
Pertes sur les 90 événements	$1458\times 90=131220€$
Probabilité de gain à 7	$\frac{2\times 3^6}{3^7}=\frac{2}{3}$
Probabilité de gain à 6	1
Espérance de gain sur les 90 événements	$90\times(\frac{2}{3}\times 250+\frac{2}{3}\times 20\times 13+1\times 20)=32400€$
Rapport Espérance/Pertes	0,246

Il reste à traiter les cas 2 D, 3 D, 4 D, 5D, 6D, 7D.
Il reste également à traiter les cas (1T, 2D), (1T ,3D),(1T,4D),(1T,5D), (1T,6D)
(2T,2D), (2T,3D),(2T,4D),(2T,5D)
(3T,2D),(3T,3D),(3T,4D)
(4T,2D),(5T,2D)
(5T,2D)

- ✔ **Cas des grilles multiples**
  - ✗ **Cas de plusieurs grilles différentes sans double ni triple**

Soit a le nombre de grilles jouées.

Coût	***a€***
Pertes sur les 90 événements	$a \times 90 = 90\text{a}\,€$
Probabilité de gain à 7	$\frac{a}{3^7} = \frac{a}{2187}$ Soit b le nombre de grilles gagnantes à 6 sachant qu'on a gagné à 7. $1 \leqslant b \leqslant a-1$ plus g énéralement il peut au maximum y avoir 14 grilles de ce type. La probabilité de b grilles (b variant de 0 a a-1)gagnantes a 6 sachant qu'on a gagné a 7 est : $(\frac{(C_{14}^{b}) \times (C_{2187-14-1}^{a-b-1})}{(C_{2187-1}^{a-1})})$
Probabilité de gain à 6	Soit b le nombre de grilles gagnantes à 6 sachant qu'on a gagné à 7. $1 \leqslant b \leqslant a$ La probabilité de b grilles (b variant de 0 a a)gagnantes a 6 sachant qu'on a pas gagné a 7 est : $(\frac{(C_{14}^{b}) \times (C_{2187-14-1}^{a-b})}{(C_{2186}^{a})})$
Espérance de gain sur les 90 événements	$90 \times (\frac{a}{2187} \times 250 + 20 \times \sum_{1}^{a-1} ((\frac{(C_{14}^{b}) \times (C_{2187-14-1}^{a-b-1})}{(C_{2187-1}^{a-1})}) \times (b)) + 20 \times \sum_{1}^{a} ((\frac{(C_{14}^{b}) \times (C_{2187-14-1}^{a-b})}{(C_{2187-1}^{a})}) \times (b)))$

  - ✗ **Cas de plusieurs grilles différentes avec un double fixe par grille**

Soit a le nombre de grilles jouées.

Coût	***2a€***
Pertes	$2 \times a \times 90 = 180\text{a}\,€$

Coût	*2a€*
sur les 90 événements	
Probabilité de gain à 7	$\frac{2\times a}{3^7}=\frac{2\text{a}}{2187}$ On gagne alors directement a 1 fois. Soit b le nombre de grilles gagnantes à 6 sachant qu'on a gagné à 7. $1\leqslant b\leqslant a-1$ On pose b = c+d avec c nombre de grilles gagnantes à 6 sachant qu'on a gagné a 7 avec faute sur un simple et d nombre de grilles gagnantes à 6 sachant qu'on a gagné a 7 avec faute sur un double La probabilité de c grilles gagnantes a 6 sachant qu'on a gagné a 7 est : $(\frac{(C_{12}^{c})\times(C_{729-12-1-1}^{a-b-1})}{(C_{729-1}^{a-1})})$ La probabilité de d grilles gagnantes a 6 sachant qu'on a gagné a 7 est (d = 1 ou 0) : $(\frac{(C_{1}^{d})\times(C_{729-12-1-1}^{a-b-1})}{(C_{729-1}^{a-1})})$
Probabilité de gain à 6	Soit b le nombre de grilles gagnantes à 6 sachant qu'on a gagné à 7. $1\leqslant b\leqslant a$ b = c+d La probabilité de c grilles gagnantes a 6 sachant qu'on a pas gagné a 7 est : $(\frac{(C_{12}^{c})\times(C_{729-12-1}^{a-b})}{(C_{729-1}^{a})})$ La probabilité de d grilles gagnantes a 6 sachant qu'on a pas gagné a 7 est : $(\frac{(C_{1}^{d})\times(C_{729-12-1}^{a-b})}{(C_{729-1}^{a})})$
Espérance de gain sur les 90 événements	$\frac{90\times 2\text{a}}{2187}\times 250+\frac{90\times 20\times 2\text{a}}{2187}$ $+90\times 20\times\sum_{1}^{a-1}\sum_{0}^{1}(\frac{(C_{12}^{b-d})\times(C_{729-12-1-1}^{a-b-1})}{(C_{729-1}^{a-1})}\times(b-d)+\frac{(C_{1}^{d})\times(C_{729-12-1-1}^{a-b-1})}{(C_{729-1}^{a-1})}\times(d))$ $+90\times 20\times\sum_{1}^{a}\sum_{0}^{1}(\frac{(C_{12}^{b-d})\times(C_{729-12-1}^{a-b})}{(C_{729-1}^{a})}\times(b-d)+\frac{(C_{1}^{d})\times(C_{729-12-1}^{a-b})}{(C_{729-1}^{a})}\times(d))$

- **Cas de plusieurs grilles différentes avec un triple fixe par grille**

Soit a le nombre de grilles jouées.

Coût	***3a€***
Pertes sur les 90 événements	$3\times a\times 90=180\text{a}\,€$
Probabilité de gain à 7	$\frac{3\times a}{3^7}=\frac{a}{729}$ On gagne alors directement a 6 2 fois. Soit b le nombre de grilles gagnantes à 6 sachant qu'on a gagné à 7. $1\leqslant b\leqslant a-1$ La probabilité de b grilles gagnantes a 6 sachant qu'on a gagné a 7 est : $(\frac{(C_{12}^{b})\times(C_{729-12-1}^{a-b-1})}{(C_{729-1}^{a-1})})$
Probabilité de gain à 6	Soit b le nombre de grilles gagnantes à 6 sachant qu'on a gagné à 7. $1\leqslant b\leqslant a$ La probabilité de b grilles gagnantes a 6 sachant qu'on a pas gagné a 7 est : $(\frac{(C_{12}^{b})\times(C_{729-12-1}^{a-b})}{(C_{729-1}^{a})})$
Espérance de gain sur les 90 événements	$\frac{a}{729}\times 250+\frac{a}{729}\times 2\times 20$ $90\times(¿+20\times\sum_{1}^{a-1}((\frac{(C_{12}^{b})\times(C_{729-12-1}^{a-b-1})}{(C_{729-1}^{a-1})})\times(b))+20\times\sum_{1}^{a}((\frac{(C_{12}^{b})\times(C_{729-12-1}^{a-b})}{(C_{729-1}^{a})})\times(b)))$

- **Cas de plusieurs grilles différentes avec un triple fixe et un double par grille**

Soit a le nombre de grilles jouées.

Coût	***6a€***
Pertes sur les 90 événements	$6\times a\times 90=540\text{a}\,€$

Coût	*6a€*
Probabilité de gain à 7	$\frac{2\times 3\times a}{3^7}=\frac{2a}{729}$ On gagne alors directement a 6 3 fois. Soit b le nombre de grilles gagnantes à 6 sachant qu'on a gagné à 7. $1\leqslant b\leqslant a-1$ On pose b = c+d avec c nombre de grilles gagnantes à 6 sachant qu'on a gagné a 7 avec faute sur un simple et d nombre de grilles gagnantes à 6 sachant qu'on a gagné a 7 avec faute sur un double La probabilité de c grilles gagnantes a 6 sachant qu'on a gagné a 7 est : $(\frac{(C_{10}^{c})\times(C_{243-10-1-1}^{a-b-1})}{(C_{243-1}^{a-1})})$ La probabilité de d grilles gagnantes a 6 sachant qu'on a gagné a 7 est (d = 1 ou 0) : $(\frac{(C_{1}^{d})\times(C_{243-1-10-1}^{a-b-1})}{(C_{243-1}^{a-1})})$
Probabilité de gain à 6	Soit b le nombre de grilles gagnantes à 6 sachant qu'on a gagné à 7. $1\leqslant b\leqslant a$ b = c+d La probabilité de c grilles gagnantes a 6 sachant qu'on a pas gagné a 7 est : $(\frac{(C_{10}^{c})\times(C_{243-10-1}^{a-b})}{(C_{243-1}^{a})})$ La probabilité de d grilles gagnantes a 6 sachant qu'on a pas gagné a 7 est : $(\frac{(C_{1}^{d})\times(C_{243-10-1}^{a-b})}{(C_{243-1}^{a})})$
Espérance de gain sur les 90 événements	$$\frac{90\times 2a}{729}\times 250+\frac{90\times 3\times 20\times 2a}{729}$$ $$+90\times 20\times\sum_{1}^{a-1}\sum_{0}^{1}(\frac{(C_{10}^{b-d})\times(C_{243-10-1-1}^{a-b-1})}{(C_{243-1}^{a-1})}\times(b-d)+\frac{(C_{1}^{d})\times(C_{243-10-1-1}^{a-b-1})}{(C_{243-1}^{a-1})}\times(d))$$ $$+90\times 20\times\sum_{1}^{a}\sum_{0}^{1}(\frac{(C_{10}^{b-d})\times(C_{243-10-1}^{a-b})}{(C_{243-1}^{a})}\times(b-d)+\frac{(C_{1}^{d})\times(C_{243-10-1}^{a-b})}{(C_{243-1}^{a})}\times(d))$$

Pour tous les autres cas suivants, il suffit de réitérer...
(2T), (2T, 1D),(3T), (3T,1D),(4T),(4T,1D),(5T,1D) ... enfin c'est à vérifier...
Il reste également tous les cas avec plus 2 doubles.
Je les ai pas fait mais je peux si tu les veux.